Vectores

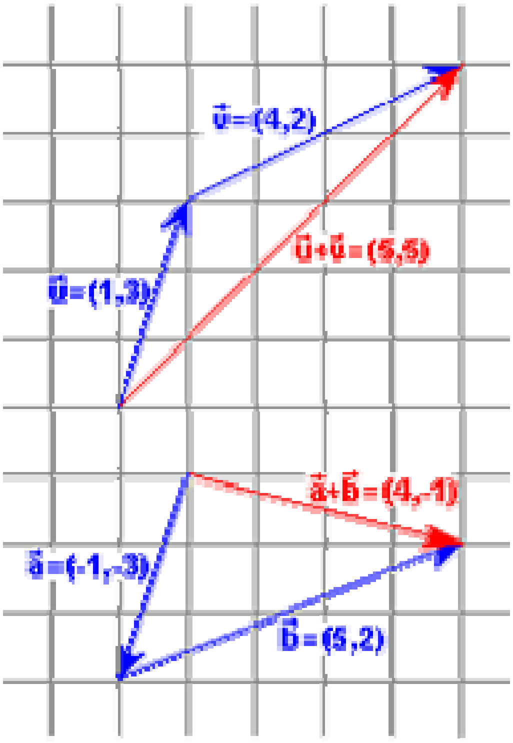
La suma de vectores es una operación muy fácil de hacer cuando se trabaja con componentes; basta sumar las dos componentes, la 1ª con la 1ª y la 2ª con la 2ª.

Así, en la figura tienes las sumas siguientes:

$$\vec{u} + \vec{v} = (1, 3) + (4, 2) = (1+4, 3+3) = (5, 5)$$
$$\vec{a} + \vec{b} = (-1,-3) + (5, 2) = (-1+5,-3+2) = (4, -1)$$

En general, si $\vec{u} = (u1, u2)$ y $\vec{v} = (v1, v2)$, entonces

$\vec{u} + \vec{v} = (u1, u2) + (v1, v2) = (u1+v1, u2+v2)$



Si aplicamos la regla del paralelogramo para realizar una suma de dos vectores dados por sus componentes, también llegamos a la conclusión de que se han de sumar las respectivas componentes de cada vector sumando.

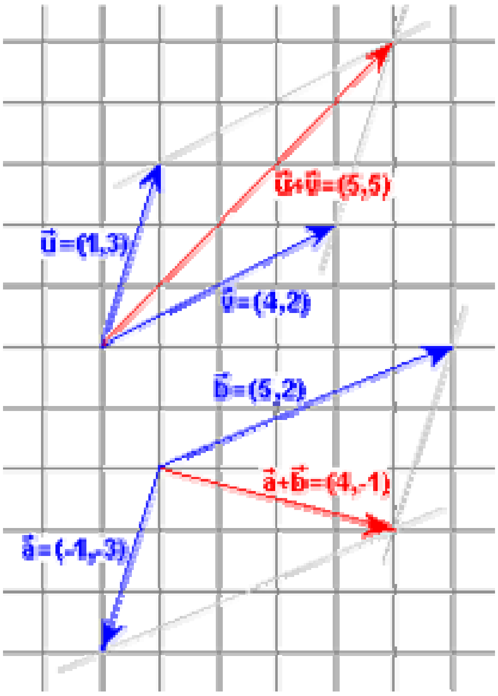
Así en la figura tenemos la sumas de los mismos vectores de la actividad anterior

$\vec{u} + \vec{v}$ = (1 , 3) + (4 , 2) = (1+ 4 , 3+3) = (5 , 5)
$\vec{a} + \vec{b}$ = (-1,-3) + (5 , 2) = (-1+ 5,-3+2) = (4 , -1)

realizadas ahora utilizando la regla del paralelogramo.

También se comprueba que si $\vec{u}$ = (u1 , u2) y $\vec{v}$ = (v1 , v2), entonces

$\vec{u} + \vec{v}$ = (u1 , u2) + (v1 , v2) = (u1+ v1 , u2+ v2)

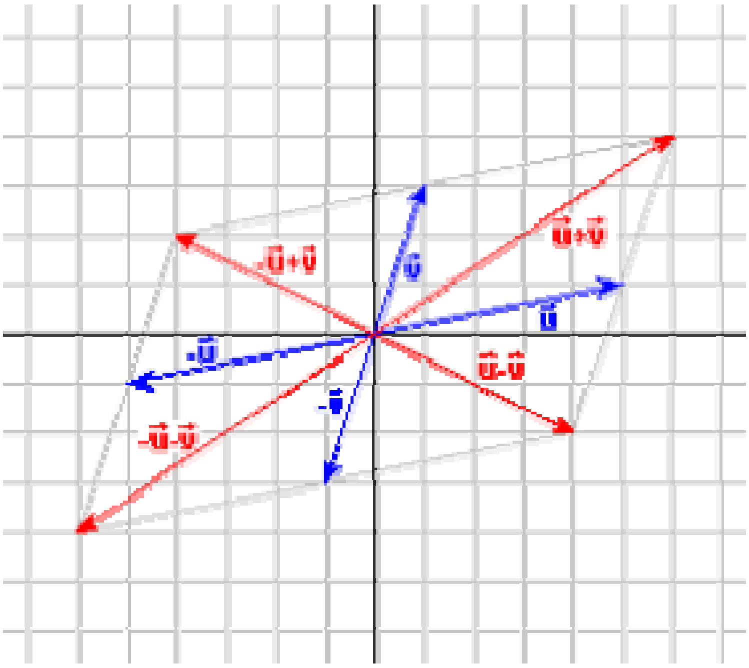


ACTIVIDAD (dibuja y realiza la suma por ambos métodos)

1) (4, -2) + (2, 5)
2) (-3, 1) + (4,-7)
3) (0, -4) + (-6, 7)
4) (3, -3) + (-3,-3)
5) (5, 4) + (1,-4)
6) (-5,-3) + (5, 3)

RESTA DE VECTORES: Recuerda que supone sumar vectores opuestos.

$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$



$\vec{a}$ = (3,-1) y $\vec{b}$ (-1,2), realiza:

Te dan estos vectores, dibuja en la hoja de papel cuadriculada los vectores $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$ y $\vec{f}$, siendo:

$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = -\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{e} = -\vec{a} - \vec{b}$ y $\vec{f} = \vec{a} - \vec{b}$

Calcula también las componentes de los vectores $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$ y $\vec{f}$.

PRODUCTO ESCALAR DE DOS VECTORES

Tenemos dos formas de calcular el producto escalar de dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$:

- a partir de sus módulos | $\vec{u}$ | y | $\vec{v}$ | y del ángulo $\vec{u}$ ^ $\vec{v}$ que forman:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u} \wedge \vec{v})$$

- a partir de sus componentes $\vec{u}$ =(u1,u2) y $\vec{v}$ =(v1,v2):

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u1v1 + u2v2$$

Igualando, tenemos

$$|\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u} \wedge \vec{v}) = u1v1 + u2v2$$

de donde podemos aislar cos($\vec{u}$ ^ $\vec{v}$)

$$\cos(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

Esta fórmula proporciona el coseno del ángulo que forman dos vectores dados por sus componentes y, conocido el coseno, obtener el ángulo que forman.

Recuerda que los dos módulos | $\vec{u}$ | y | $\vec{v}$ | se pueden calcular a partir de las componentes: $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ i $|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

Calcula el coseno del ángulo que forman los siguientes pares de vectores. Dibuja los vectores.

a) $\vec{a} = (4,3)$
$\vec{b} = (2,5)$

b) $\vec{a} = (5,3)$
$\vec{b} = (-3,2)$

c) $\vec{a} = (2,-2)$
$\vec{b} = (3,4)$

d) $\vec{a} = (4,1)$
$\vec{b} = (-1,-2)$

e) $\vec{a} = (4,0)$
$\vec{b} = (1,3)$

f) $\vec{a} = (3,-2)$
$\vec{b} = (-2,3)$

g) $\vec{a} = (3,2)$
$\vec{b} = (-3,-2)$

h) $\vec{a} = (6,3)$
$\vec{b} = (2,1)$

i) $\vec{a} = (4,1)$
$\vec{b} = (-1,4)$

j) $\vec{a} = (3,0)$
$\vec{b} = (0,-2)$

Soluciones: a) 0’85 b)-0’43 c)-0’14 d)-0’65 e)0’32 f)-0’92 g)-1 h)1 i)0 j)0