

# FUNCIONES, LÍMITES Y CONTINUIDAD

1. Halla el dominio o campo de existencia de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x-2}.$$

Solución:  $\mathbf{R} - \{2\}$ .

$$g(x) = + \sqrt{x^2 - 9}.$$

Solución:  $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ .

$$h(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}.$$

Solución:  $\mathbf{R} - \{-2, 3\}$ .

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}},$$

Solución:  $\mathbf{R}$

2. Representa gráficamente y estudia la continuidad (de forma analítica) de:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq 0 \\ 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Solución: discontinua en  $x=0$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x \neq 2 \\ 7, & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

Solución: discontinua en  $x=2$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x < 3 \\ x-2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Solución: discontinua en  $x=3$

3. Sean las funciones  $f(x) = 3x + 1$ , y  $g(x) = 2x - 4$ .

Definir la función  $f + g$  y calcular las imágenes de los números 2, -3 y 1/5.

Solución:  $5x-3$  ; 7,-18,-2

4. Dadas las funciones  $f(x) = x^2 - 3$ , y  $g(x) = x + 3$ , definir la función  $(f - g)(x)$ .

Calcular las imágenes de 1/3, -2 y 0 mediante la función  $f - g$ .

Solución:  $x^2-x-6$ ; -56/9, 0,-6

5.

Dadas las funciones  $f(x) = \frac{x}{2} - 3$  y  $g(x) = 2x + 1$ , definir la función  $f \cdot g$ .

Solución:  $x^2 - 11x/2 - 3$

6. Dadas las funciones  $f(x) = -x - 1$ , y  $g(x) = 2x + 3$ , definir  $f/g$ .

7. Sean las funciones  $f(x) = x + 3$  y  $g(x) = x^2$ .

Calcular  $g \circ f$  y la imagen mediante esta función de 1, 0 y -3.

Solución:  $(x+3)^2$ ; 16,9,0

8. Dadas las funciones  $f(x) = x^2 + 1$ , y  $g(x) = 3x - 2$ , calcular:

a)  $(g \circ f)(x)$

b)  $(f \circ g)(x)$

c)  $(g \circ f)(1)$  y  $(f \circ g)(-1)$

Soluciones:  $3x^2+1$ ,  $9x^2-12x+5$ , 4,26

9. Indicar cuáles de estas funciones son pares:

$f(x) = x^2$ ;  $g(x) = 3x + 2$ ;  $h(x) = |x|$ .

Solución: la primera y la última

10. ¿Cuáles de estas funciones son impares?:

$f(x) = x$ ;  $g(x) = x^3$ ;  $h(x) = x + 1$ .

Solución: la primera y la segunda

11. Hallar la función inversa de  $y = 5x - 2$ , y representar las gráficas de ambas funciones en el mismo sistema de ejes.

Solución:  $(x+2)/5$

12.

Hallar la función inversa de  $y = +\sqrt{x}$ .

Solución:  $x^2$

13.

Calcular el límite de la función  $g(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 6x + 12}{x^2 + 3x - 10}$ , cuando  $x \rightarrow 2$ .

Solución: -2/7

14.

Calcular el límite de la función  $f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{x}$  cuando  $x \rightarrow 0$ .

Solución: -4

15. Calcular  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)^2}$

Solución:  $\infty$

16.

Calcular el límite de la función  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 5}{x - 4}$  cuando  $x \rightarrow \infty$ .

Solución:  $\infty$

17. Calcular  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ .

Solución: 1/2

18. Resolver el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5}$ .

Solución:  $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

19.

Calcular el límite de la función  $f(x) = \frac{4x^3 - 2}{\sqrt{x} - 3}$  cuando  $x \rightarrow \infty$ .

Solución:  $\infty$

20. Calcular  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5 + 2x} - 6}{x^3 - 4x + 2}$ .

Solución: 0